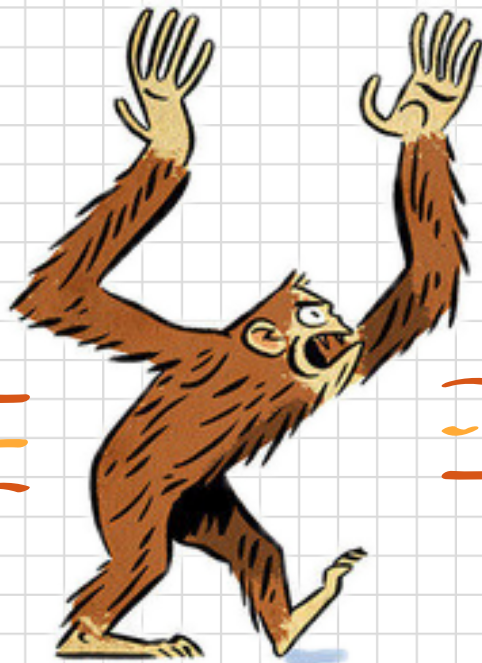


ความหมายและ รูปแบบการกำหนดลำดับ



- ❤ ความหมายของลำดับ
- ❤ รูปแบบการเขียนลำดับ
- ❤ การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

▶ ชุดกิจกรรมการเรียนรู้
เรื่อง ลำดับขบวนการและอนุกรมอนันต์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6



[ติดต่อสอบถามคุณครู]

นายเอกพันธ์ จันมา
ตำแหน่งครู วิทยฐานะครูชำนาญการ
โรงเรียนเพชรพิทยาคม
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา 40
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

คำนำ

ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ จัดทำขึ้นตามตัวชี้วัดและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 เพื่อใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการสอน รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์ ทำให้ผู้เรียนมีความรู้ในเนื้อหา เกิดทักษะในการคิดคำนวณ ช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหา การทำงานเป็นกลุ่มอย่างมีระบบ มีวินัย มีความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์ ความเชื่อมั่นในตนเอง กระตุ้นให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ตระหนักและเห็นคุณค่าของการเรียน อันจะนำไปสู่การบรรลุผลตามหลักสูตรคณิตศาสตร์

หวังเป็นอย่างยิ่งว่าชุดกิจกรรมนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การศึกษาค้นคว้าหาความรู้ของนักเรียนและบุคคลที่สนใจเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณผู้ที่เกี่ยวข้องทุกท่านที่ช่วยให้คำแนะนำ คำปรึกษา จนแบบฝึกทักษะนี้เสร็จสมบูรณ์ คุณค่าและประโยชน์ของแบบฝึกทักษะชุดนี้ ผู้จัดทำขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณแต่บิดา มารดาและบูรพาจารย์ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

เอกพันธ์ จันมา

สารบัญ

หน้า

คำชี้แจงเกี่ยวกับชุดกิจกรรม	1
คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมสำหรับครู	2
คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมสำหรับนักเรียน	3
ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ เล่มที่ 1	4
ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ	
แบบทดสอบก่อนเรียน	5
กระดาษคำตอบทดสอบก่อนเรียน	7
สาระสำคัญ	9
จุดประสงค์การเรียนรู้	10
ใบกิจกรรม “ปรับเกินไปไหม”	11
ใบความรู้ที่ 1.1 ความหมายของลำดับ	12
ใบงานที่ 1.1	16
ใบกิจกรรม “PKS Member”	17
ใบความรู้ที่ 1.2 รูปแบบการกำหนดลำดับ	18
ใบงานที่ 1.2	21
ใบความรู้ที่ 1.3 การหาพจน์ทั่วไป	21
ใบงานที่ 1.3	23
แบบทดสอบหลังเรียน	26
กระดาษคำตอบทดสอบหลังเรียน	28
บรรณานุกรม	29
ภาคผนวก	
เฉลยใบกิจกรรม “ปรับเกินไปไหม”	ก
เฉลยใบงานที่ 1.1	ข
เฉลยใบกิจกรรม “PKS Member”	ค
เฉลยใบงานที่ 1.2	ข
เฉลยใบงานที่ 1.3	ค
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	ง

คำชี้แจง

1. เอกสารฉบับนี้เป็นชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม6 รหัสวิชา ค33202 เรื่องลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีทั้งหมด 5 ชุด ดังนี้

เล่มที่ 1 ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ	จำนวน	3	ชั่วโมง
เล่มที่ 2 ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต	จำนวน	4	ชั่วโมง
เล่มที่ 3 ลิมิตของลำดับ	จำนวน	2	ชั่วโมง
เล่มที่ 4 สัญลักษ์ณ์แทนการบวก	จำนวน	2	ชั่วโมง
เล่มที่ 5 ผลบวกของอนุกรมอนันต์	จำนวน	5	ชั่วโมง

2. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ฉบับนี้เป็น ชุดที่ 1 ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนได้ศึกษาทำความเข้าใจ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

3. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

- 3.1 คำชี้แจงเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 3.2 คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับครู
- 3.3 คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับนักเรียน
- 3.4 ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้
- 3.5 แบบทดสอบก่อนเรียน
- 3.6 เนื้อหา
- 3.7 ชุดกิจกรรมการเรียนรู้
- 3.8 แบบทดสอบหลังเรียน

4. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ฉบับนี้ใช้เวลาเรียน 3 ชั่วโมง

คำแนะนำในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับครู

การใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค33202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม6 เรื่องลำดับอนันต์ และอนุกรมอนันต์ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ครูผู้สอนเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้การดำเนินการเรียนรู้ของนักเรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ ครูผู้สอนจึงควรศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับการปฏิบัติตน ก่อนที่จะใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

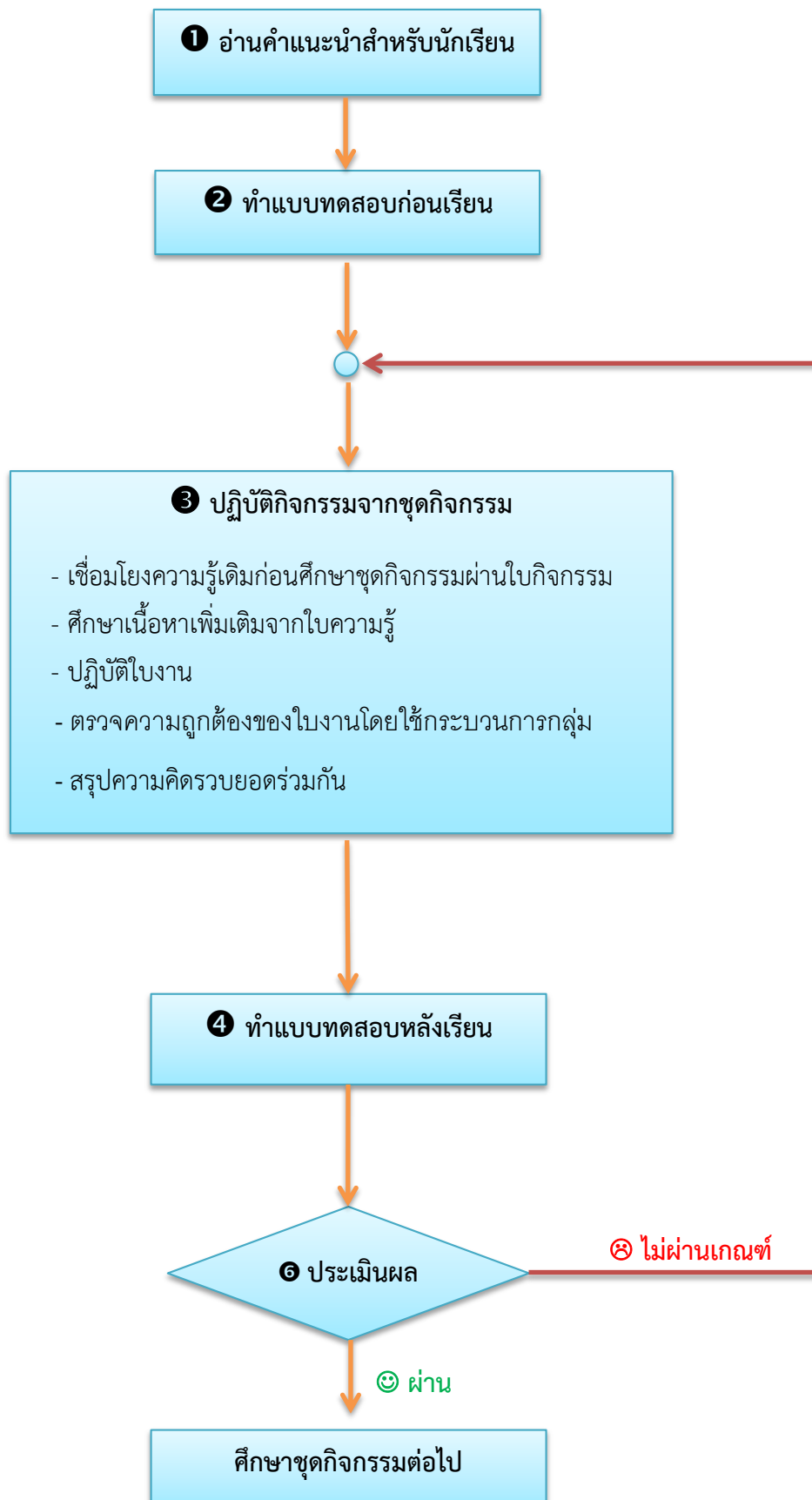
1. ครูต้องศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้และอ่านเนื้อหาสาระอย่างละเอียดรอบคอบ พร้อมทั้งทำความเข้าใจกับเนื้อหาทุกชุดก่อนนำชุดกิจกรรมไปใช้งาน
2. ครูเตรียมชุดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ครบถ้วนและเพียงพอกับจำนวนนักเรียน
3. ในบางกิจกรรมมีสื่อจากโปรแกรม GeoGebra และเว็บไซต์ออนไลน์ ครูควรเตรียมอุปกรณ์ให้พร้อม เช่น คอมพิวเตอร์ เครื่องฉาย เป็นต้น และควรตรวจสอบไฟล์ในโปรแกรม การเชื่อมต่อสัญญาณอินเทอร์เน็ต ให้พร้อมต่อการใช้งาน
4. ครูเตรียมเครื่องมือวัดผลและประเมินผล เพื่อให้ทราบความก้าวหน้าของนักเรียน
5. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบลำดับขั้นตอนและวิธีการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ อย่างชัดเจน และประโยชน์ที่ได้รับจากการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้
6. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบเกี่ยวกับบทบาทของนักเรียน ในการเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เข้าใจอย่างชัดเจนและเน้นย้ำเรื่องความซื่อสัตย์ทำด้วยตนเอง หรือไม่ดูเฉลยก่อนลงมือทำ
7. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้เดิมของนักเรียน
7. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบก่อนเรียน
8. ดำเนินการสอนตามกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-2
9. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหา และทำชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามเฉลย
10. ครูสังเกตความตั้งใจของนักเรียน ความสนใจในการเรียน การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มของนักเรียน ทุกกลุ่มอย่างใกล้ชิด
11. เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละคน แต่ละกลุ่ม อาจจะแตกต่างกัน ครูควรยืดหยุ่นตามความเหมาะสมและสถานการณ์
12. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน
13. การสรุปบทเรียนควรเป็นกิจกรรมร่วมกันของนักเรียนทุกกลุ่ม หรือแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมารวมอภิปรายเรื่องที่เรียนมา
14. ในกรณีที่นักเรียนคนใดขาดเรียน ให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลด้วยตนเองนอกเวลาเรียนจากชุดกิจกรรมการเรียนรู้
15. การจัดชั้นเรียนอาจจัดให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก็ได้

คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับนักเรียน

ในการศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 33202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม6 เรื่องลำดับ-อนันต์และอนุกรมอนันต์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนควรปฏิบัติตามคำแนะนำดังนี้

1. อ่านคำชี้แจงเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้ และคำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับนักเรียนให้เข้าใจก่อนลงมือศึกษา
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้เดิมของนักเรียน
3. ศึกษาเนื้อหาและทำชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ถ้าทำชุดกิจกรรมการเรียนรู้ไม่ได้ให้ศึกษาเนื้อหาใหม่อีกครั้ง ศึกษาตัวอย่างประกอบเนื้อหา หรือปรึกษาครูผู้สอน
4. เปลี่ยนกันตรวจชุดกิจกรรมการเรียนรู้ตามเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้
5. นักเรียนร่วมกันสรุปองค์ความรู้เพื่อให้เกิดความคิดรวบยอด โดยนักเรียนสามารถขอคำชี้แนะแนวทางหรืออธิบายเพิ่มเติมจากครูผู้สอน เมื่อนักเรียนมีข้อสงสัย
6. ทำแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อประเมินความก้าวหน้าของตนเองหลังจากศึกษา ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 จบแล้ว
7. ในการทำชุดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียน ให้นักเรียนพยายาม ทำด้วยความตั้งใจและมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองให้มากที่สุด โดยไม่ดูเฉลยก่อน

ขั้นตอนการเรียนรู้ สำหรับชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์



คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก
ข้อคำถามมีทั้งหมด 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน
2. เวลาในการทำแบบทดสอบ จำนวน 15 นาที
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (×) ในช่องคำตอบ
ที่เห็นว่าคำตอบถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวในกระดาษคำตอบ

แบบทดสอบ

ก่อนเรียน

1. ข้อใดต่อไปนี้อาจกล่าวถูกต้อง
ก. ลำดับเป็นการเรียงตัวเลขจากน้อยไปหามาก
ข. ลำดับเป็นฟังก์ชันจากจำนวนนับไปยังจำนวนจริง
ค. ลำดับเป็นความสัมพันธ์จากจำนวนจริงไปยังจำนวนจริงบวก
ง. ลำดับเป็นความสัมพันธ์ที่ยังไม่สามารถสรุปกฎเกณฑ์การเขียนพจน์ต่อๆไปได้แน่นอน
2. ลำดับในข้อใดเป็นลำดับอนันต์
ก. 1, 3, 5, 7, 9
ข. 1, 4, 9, 16, ... ,100
ค. -1, 1, -1, 1, -1, ... ,1
ง. 22, 20, 18, 16, ...
3. สองพจน์ถัดไปของลำดับ 1, 3, 7, 13, 21,...ตรงกับข้อใด
ก. 30, 43
ข. 31, 43
ค. 30, 42
ง. 31, 42
4. จงหาว่า 8 เป็นพจน์ที่ 11 ของลำดับในข้อใด
ก. 2, 3, 4, 3, 6, 3, ...
ข. 1, 2, 4, 7, ...
ค. -2, -1, 0, 1, 2, ...
ง. 22, 20, 18, 16, ...
5. ลำดับ $a_n = 2n - 3$ เขียนในรูปแฉงพจน์ได้ตรงกับข้อใด
ก. 1, 3, 6, 9,...
ข. 0, 3, 5, 7, ...
ค. -1, 1, 3, 5, ...
ง. -1, 2, 5, 8, ...

6. ถ้า $a_n = \frac{2 - (-1)^n n}{2n + 3}$ แล้วข้อใดถูกต้อง

ก. $a_1 = \frac{1}{5}$

ข. $a_2 = \frac{4}{7}$

ค. $a_4 = \frac{2}{11}$

ง. $a_5 = \frac{7}{13}$

7. ลำดับ 2, 6, 10, 14, ... เขียนในรูปพจน์ทั่วไปได้ตรงกับข้อใด

ก. $a_n = 4n - 3$

ข. $a_n = 4n + 2$

ค. $a_n = 4n + 3$

ง. $a_n = 4n - 2$

8. ลำดับในข้อใดมีบางพจน์เท่ากับ 29

ก. $a_n = n^2 + 5$

ข. $a_n = 50 - 7n$

ค. $a_n = 2n^2 + 12$

ง. $a_n = 150 - 12n$

9. พจน์สุดท้ายที่มีค่าน้อยกว่า 100 ของ ลำดับ $a_n = 5n + 7$ คือพจน์ที่เท่าใด

ก. พจน์ที่ 12

ข. พจน์ที่ 18

ค. พจน์ที่ 19

ง. พจน์ที่ 20

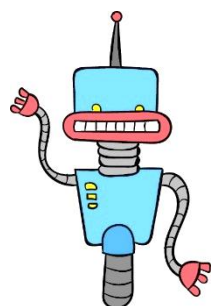
10. ใน 40 พจน์แรกของลำดับ $a_n = 3 + (-1)^n$ มีกี่พจน์ที่มีค่าเท่ากับพจน์ที่ 40

ก. 5 พจน์

ข. 15 พจน์

ค. 20 พจน์

ง. 40 พจน์



ทำถูกกันก็ชื่อนะ ☺

ไปดูกันคะแนนลิ เป็นใจกันบ้างครับ

กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน
ชุดที่ 1 เรื่องความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (x) ในช่องคำตอบที่เห็นว่าคำตอบถูกต้องที่สุด

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนน	ก่อนเรียน
เต็ม	10
ได้	

ผู้ตรวจ	
	วันที่.....เดือน.....พ.ศ.

ชุดที่



ความหมาย
และ
รูปแบบการกำหนดลำดับ



ชุดที่ 1

ความหมายและ รูปแบบการกำหนดลำดับ

สาระสำคัญ

1. ลำดับ (sequence) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ หรือมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนนับ
2. ลำดับจำกัด (finite sequence) คือ ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนนับ n ตัวแรก $\{1, 2, 3, \dots, n\}$
3. ลำดับอนันต์ (infinite sequence) คือ ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนนับ $(\mathbb{N})$
4. การเขียนลำดับ จะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกันไป กล่าวคือ
ถ้า a เป็น ลำดับจำกัด จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$
ถ้า a เป็น ลำดับอนันต์ จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$
เรียก a_1 ว่า พจน์ที่ 1 ของลำดับ
เรียก a_2 ว่า พจน์ที่ 2 ของลำดับ
เรียก a_3 ว่า พจน์ที่ 3 ของลำดับ
 $\vdots$
และเรียก a_n ว่า พจน์ที่ n ของลำดับหรือพจน์ทั่วไป (general term) ของลำดับ
5. การเขียนแสดงลำดับเขียนได้หลายรูปแบบ ดังต่อไปนี้
 1. เขียนแจกแจงพจน์ทั้งหมดของลำดับ เหมาะสำหรับลำดับจำกัดที่มีจำนวนพจน์ไม่มาก เช่น $1, 5, 9, 13, 18$
 2. เขียนพจน์เริ่มต้นจำนวนหนึ่งพร้อมกับสูตรพจน์ทั่วไปของลำดับ เหมาะสำหรับลำดับจำกัดที่มีจำนวนมากและลำดับอนันต์ เช่น $-4, -1, 2, \dots, 3n-7, \dots$
 3. เขียนพจน์เริ่มต้นจำนวนหนึ่งพร้อมกับสูตรการหาพจน์ถัดไปจากพจน์ก่อนหน้า เป็นการกำหนดโดยให้ความสัมพันธ์เวียนเกิด (recurrence relation) เช่น $a_1 = 3$,
$$a_{n+1} = a_n - 2$$
 4. เขียนลำดับโดยการบอกเงื่อนไขหรือสมบัติของพจน์ของลำดับ เมื่อไม่ทราบสูตรพจน์ทั่วไปของลำดับและไม่ทราบความสัมพันธ์เวียนเกิด เช่น a_n เป็นทศนิยมตำแหน่งที่ n ของ $\sqrt{2}$

ผลการเรียนรู้

นำความรู้เรื่องลำดับและอนุกรมไปใช้แก้ปัญหาได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนอธิบายแนวคิดและความหมายของลำดับได้
2. นักเรียนสามารถจำแนกลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้
3. นักเรียนเขียนพจน์ในรูปแบบต่างๆได้
4. นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับได้

สาระการเรียนรู้

ความหมายของลำดับ
ลำดับจำกัด
ลำดับอนันต์
รูปแบบการกำหนดลำดับ
การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ



[ลูกสน] Pine Cones

ที่มา :

ใบกิจกรรม “ปรับเกินไปไหม”



การก่อสร้างโรงงานแห่งหนึ่งผู้รับเหมาตกลงไว้ว่าจะสร้างเสร็จในเวลา 100 วัน
 หลังจากครบสัญญาจะต้องจ่ายค่าปรับ 1,000 บาทในวันแรก จ่ายค่าปรับ 1,500 บาทในวันที่
 2 จ่ายค่าปรับ 2,000 บาทในวันที่ 3 เช่นนี้ไปเรื่อยๆจนกว่าจะแล้วเสร็จ ถ้าโรงงานนี้สร้าง
 เสร็จเกินกำหนดไป 10 วัน เจ้าของโรงงานเรียกเก็บค่าปรับไป 10,000 บาท นักเรียนคิดว่า
 เจ้าของโรงงานคิดค่าปรับถูกต้องหรือไม่

นักเรียนคิดว่าสถานการณ์ดังกล่าว เจ้าของโรงงานปรับ ✓ หรือ ✗

วันที่						
ค่าปรับ						
วันที่						
ค่าปรับ						

วิธีคิด

เจ้าของโรงงานต้องปรับผู้รับเหมาเป็นเงิน.....บาท



ใบความรู้ที่ 1.1

ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์

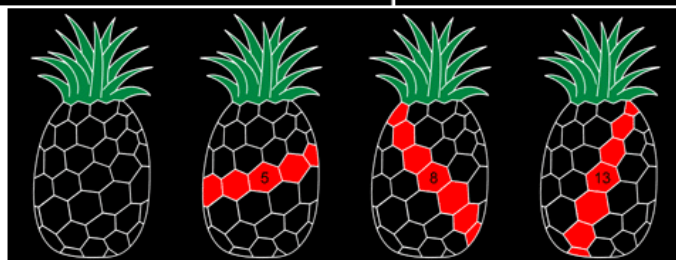
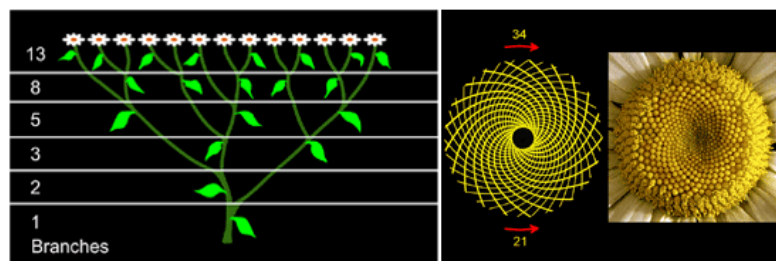
ลำดับ

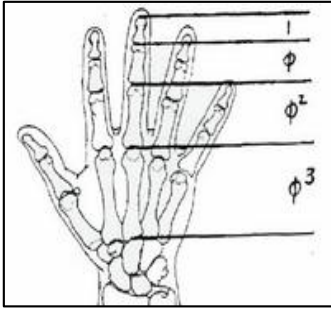
บ่อยครั้งที่เรากล่าวถึงกลุ่มของสิ่งของในการจัดอันดับ เช่น มีของชั้นที่ 1, ของชั้นที่ 2, ..., ของชั้นที่ n , ... โดยจะแทนของชั้นที่ 1 ด้วย a_1 , ของชั้นที่ 2 ด้วย a_2 , ..., ของชั้นที่ n ด้วย a_n , ... ดังนั้นลำดับของ $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$



ตัวอย่างของลำดับที่มีชื่อเสียงมากที่สุดหนึ่งในประวัติศาสตร์ คือ ลำดับฟีโบนัชชี (Fibonacci Sequences) เป็นลำดับซึ่งคิดค้นโดยนักคณิตศาสตร์ชาวอิตาลีชื่อ เลโอนาร์โด ฟีโบนัชชี (Leonardo Fibonacci) แห่งเมืองปิซา ในศตวรรษที่ 13 และเหตุผลที่ลำดับฟีโบนัชชีเป็นลำดับที่มีชื่อเสียง ก็เพราะปรากฏการณ์ของจำนวนฟีโบนัชชีนั้นสามารถสร้างความสวยงาม ประทับใจให้กับผู้ที่รู้จักและคลุกคลีกับมันได้ตลอดเวลา แต่จะประหลาดใจยิ่งกว่าถ้าได้พบว่าดอกไม้มากมายหลายสายพันธุ์มีจำนวน กลีบดอกเป็นจำนวนฟีโบนัชชีเช่นกัน ทั้งดอกกลีบลี 3 กลีบ ดอกบัตเตอร์คัพ 5 กลีบ ดอกเดซี่ที่ส่วนใหญ่มี 34, 55 หรือ 89 กลีบ หรือแม้กระทั่งดอกทานตะวันที่มีกลีบ 55, 89, 144 กลีบ และที่น่าสนใจไปกว่านั้นเมล็ดของดอกทานตะวันในวงที่มีเกลียวการหมุนตามเข็มนาฬิกา มีจำนวนทั้งสิ้น 55 หน้า 3 ของ 3 หรือแม้แต่ในสับปะรดพืชที่มีตาอยู่โดยรอบ แต่ถ้าสังเกตดีๆ ตาของสับปะรดจะเรียงตัวเป็นแนวเดียวกันในแนวตั้ง ทั้งจากซ้ายไป

ขวา และจากขวาไปซ้าย ซึ่งพบว่าจำนวนเส้นแนวดังกล่าว ในสองทิศทาง มักจะเป็น 5 กับ 8 หรือ 8 กับ 13 และตัวเลขเหล่านี้ก็อยู่ในลำดับฟีโบนัชชีเช่นกัน หรือถ้าหากลองสังเกตการ แตกกิ่งก้านสาขาของต้นไม้ใดๆแล้ว จะพบว่าผลลัพธ์ของตัวเลขที่ได้มา ล้วนเท่ากับลำดับฟีโบนัชชีคือ 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,... แทบทั้งสิ้น แต่เชื่อว่าลำดับฟีโบนัชชีจะพบอยู่แต่ในพืชเท่านั้น





แค่ทุกคนลองดูที่นิ้วของตัวเอง ความยาวของกระดูกนิ้วมือแต่ละข้อก็มีอัตราส่วนเรียงตามลำดับเลขฟีโบนัชชีเช่นกันที่มีความเกี่ยวข้องกับธรรมชาติเป็นอย่างมาก เช่น เมล็ดของดอกทานตะวันจะมีการเรียงตัวของเมล็ดตรงส่วนกลางดอกเรียงตัวเป็นเส้นขดและมีจำนวนแถวเป็นลำดับฟีโบนัชชีหรือจำนวนการเรียงของตาสับปะรดก็เป็นลำดับฟีโบนัชชีเช่นกัน และได้รับการพิสูจน์แล้วว่าเป็นจริง

ลำดับฟีโบนัชชี หมายถึง ลำดับที่มีพจน์ที่ n คือ กำหนดโดย

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \text{ เมื่อ } n \geq 2 \text{ ซึ่งมีค่าเริ่มต้น } a_0 = 0 \text{ และ } a_1 = 1$$

ความหมายของลำดับ

พิจารณาความสัมพันธ์ในรูปแบบต่อไปนี้

สถานีวิทย์แห่งหนึ่ง ให้ผู้ฟังรายการส่งข้อความสั้นๆ (SMS) มาที่รายการเพื่อตอบคำถามในแต่ละวัน ท่านแรกที่ตอบถูกจะได้รับรางวัลเป็นเงินรางวัล 100 บาท ถ้าไม่มีใครตอบถูกเงินรางวัลจะเพิ่มขึ้นในทุกๆ วัน ถัดไปอีก 100 บาท ถ้าให้ a_n แทนจำนวนเงินรางวัลที่ตอบถูกในวันที่ n แล้วจะได้ว่า

$$a_n = 100n$$

ตัวอย่างเช่น เงินรางวัลที่ตอบถูกในวันที่ 3 คือ

$$a_3 = 100(3) = 300$$

จำนวนต่อไปนี้แทนจำนวนเงินรางวัลที่ตอบถูกในวันที่ 1, 2, 3, ... เป็นเช่นนี้เรื่อยๆ

100, 200, 300, 400, 500, ...

จะสังเกตเห็นว่าในตัวอย่างข้างบนนี้ จะพบว่าจำนวนเงินรางวัลจะเพิ่มขึ้นตามจำนวนวันที่เพิ่มขึ้นและ a_n หาค่าได้เฉพาะ n ที่เป็นจำนวนเต็มบวก นั่นคือ $a_{2.5}$ และ a_{-3} ไม่มีความหมาย

จากแนวคิดดังกล่าวนี้ เราจะนำมานิยามลำดับได้ ดังบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม

ลำดับ (sequence) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ หรือมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนนับ ไปยังเซตของจำนวนจริง

ตัวอย่าง ถ้าให้ s เป็นเซตของจำนวนจริง

ถ้าให้ $f: \{1, 2, 3, \dots, 10\} \rightarrow S$ นิยามโดย $f(n) = 5n$

จะได้ $f(1) = 5, f(2) = 10, f(3) = 15, \dots, f(10) = 50$ เป็นลำดับจำกัด

นั่นคือ $f = \{(1, 5), (2, 10), (3, 15), \dots, (10, 50)\}$

แต่ถ้าให้ $f: \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\} \rightarrow S$ นิยามโดย $f(n) = 5n$

จะได้ $f(1) = 5, f(2) = 10, f(3) = 15, \dots, f(n) = 5n, \dots$ เป็นลำดับอนันต์

$$\text{นั่นคือ } f = \{(n, 5n) \mid n \in I^+\}$$

โดยทั่วไปการเขียนลำดับจะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกัน ถ้า a เป็นลำดับซึ่ง $a(1) = a_1, a(2) = a_2, a(3) = a_3, \dots, a(n) = a_n$ แล้ว

ถ้า a เป็นลำดับจำกัด(finite sequence) จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

a เป็นลำดับอนันต์(infinite sequence) จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

เรียก a_1 ว่า พจน์ที่ 1 ของลำดับ

a_2 ว่า พจน์ที่ 2 ของลำดับ

a_3 ว่า พจน์ที่ 3 ของลำดับ

$\vdots$

a_n ว่า พจน์ที่ n ของลำดับ หรือพจน์ทั่วไป (general term) ของลำดับ

ตัวอย่างของลำดับ

1) 4, 7, 10, 13 เป็น ลำดับจำกัด ที่มี

$$a_1 = 4$$

$$a_2 = 7$$

$$a_3 = 10$$

$$a_4 = 13$$

$$\text{และ } a_n = 3n + 1$$

2) -2, 1, 6, 13, ... เป็น ลำดับอนันต์ ที่มี

$$a_1 = -2$$

$$a_2 = 1$$

$$a_3 = 6$$

$$a_4 = 13$$

$$\text{และ } a_n = n^2 - 3$$

การเขียนลำดับนอกจากเขียนแบบแจกพจน์แล้ว อาจจะเขียนเฉพาะพจน์ทั่วไปพร้อมระบุสมาชิกในโดเมน เช่น

$$\text{ลำดับ } \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6} \text{ อาจเขียนแทนด้วย } a_n = \frac{n}{n+1} \text{ เมื่อ } n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\text{ลำดับ } -\frac{2}{3}, \frac{3}{9}, -\frac{4}{27}, \frac{5}{81}, -\frac{6}{243}, \dots \text{ อาจจะเขียนแทนด้วย } a_n = (-1)^n \frac{(n+1)}{3^n} \text{ เมื่อ } n \text{ เป็น}$$

จำนวนเต็มบวก

หมายเหตุ ในกรณีที่กำหนดลำดับโดยพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไป ถ้าไม่ได้ระบุสมาชิกในโดเมนให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์

ตัวอย่างของลำดับที่มีการเขียนแจกแจงพจน์ และเขียนพจน์ที่ n

- 1) 6, 12, 18, 24, 30
- 2) 5, 15, 25, 35, ..., 555
- 3) 2, 4, 8, 16, ..., 2^n , ...
- 4) $a_n = 5n - 2$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots, 20$
- 5) $a_n = n^2 + 3$



Famous Number Sequences

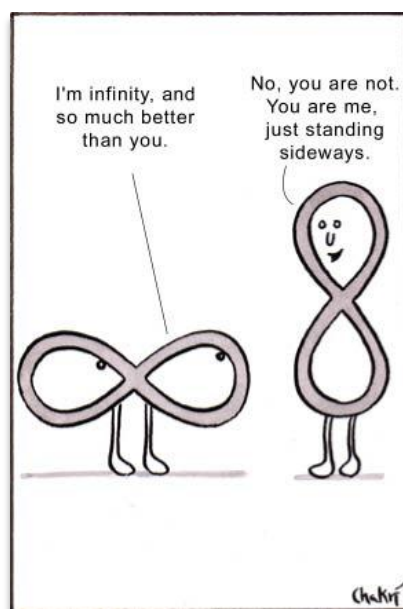
Square Numbers			Made by multiplying numbers by themselves, e.g. 1X1 2X2 3X3	Even Numbers	Can be written another way as: $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2 \dots$
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17...	If you add two terms next to each number you always get a square number	Made by multiplying numbers by themselves and then again, e.g. 1X1X1 2X2X2 3X3X3		Any number than has a remainder of 1 when you divide it by 2	Nearly all flowers have a number of petals from this sequence
Any number divisible by 2 without a remainder	Can be written another way as: $1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3 \dots$	If you add any two numbers from this sequence together you always get another number in the same sequence	1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100...	All numbers in this sequence have a units digit of 1, 3, 5, 7 or 9	Cube Numbers
	1, 8, 27, 64, 125...	Triangle Numbers		2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16...	Made by starting with 0 then adding 1, then 2, then 3 etc
Odd Numbers	0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...		Made by starting with 0 and 1. Each next term is made by adding the previous two terms	Fibonacci Sequence	0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28...

ใบงานที่ 1.1

ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาชนิดของลำดับต่อไปนี้ว่าเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์

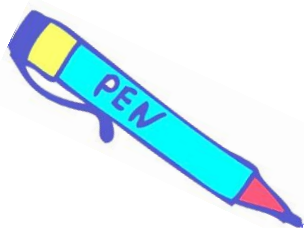
ข้อที่	ลำดับที่กำหนดให้	โดเมน	คำตอบ
1	4, 7, 10, 13, 16, ...		
2	2, 5, 8, 11, 14		
3	1, 4, 9, 16, 25, ..., 900		
4	6, 10, 14, 18, 22, ..., 402, ...		
5	$\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \dots$		
6	$a_n = 8n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$		
7	$a_n = 3n + 7$ เมื่อ $n \in I^+$		
8	$a_n = 2n^2 - 1$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, \dots, 100$		
9	$a_n = n^3$ เมื่อ $n \in I^+$ และมีค่าไม่เกิน 100		
10	$a_n = 2n - 10$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots$		



ใบกิจกรรม

“PKS Member”

การซื้อปากกาของนักเรียนคนหนึ่งจากร้านค้าสหกรณ์โรงเรียน โดยสหกรณ์กำหนดราคาไว้แท่งละ 10 บาท แต่หากเป็นสมาชิกของสหกรณ์จะลดให้ 20% ของราคาที่ติดไว้

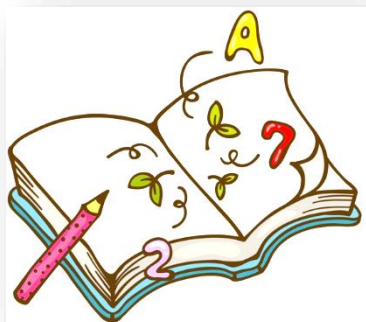


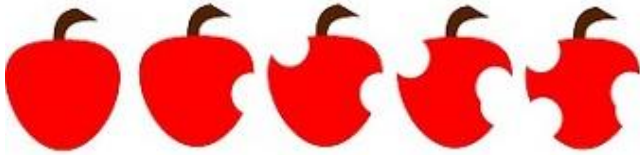
ราคาปากกาแบบไม่เป็นสมาชิก แท่งละ บาท

ราคาปากกาแบบเป็นสมาชิกลด 20% เหลือแท่งละ บาท

ซึ่งเติมข้อมูลได้ดังตารางต่อไปนี้

จำนวนปากกาที่ซื้อ		1	2	3	4	5	...	10	50	n
เงินที่จ่าย	แบบไม่เป็นสมาชิก									
	แบบเป็นสมาชิก									





Draw next Apple.

ใบความรู้ที่ 1.2 รูปแบบการกำหนดลำดับ

การเขียนแสดงลำดับเขียนได้หลายรูปแบบ ดังต่อไปนี้

กำหนดโดยการเขียนแจกแจงพจน์ทั้งหมดของลำดับ เหมาะสำหรับลำดับจำกัดที่มีจำนวนพจน์ไม่มาก

เช่น 1, 5, 9, 13, 18
2, 4, 8, 16
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13

กำหนดลำดับโดยเขียนพจน์เริ่มต้นจำนวนหนึ่งพร้อมกับสูตรพจน์ทั่วไปของลำดับ เหมาะสำหรับลำดับจำกัดที่มีจำนวนมากและลำดับอนันต์

เช่น $-4, -1, 2, \dots, 3n-7, \dots$
 $1, 3, 9, \dots, 3^{n-1}, \dots$
 $\frac{1}{3}, \frac{1}{15}, \frac{1}{35}, \dots, \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}, \dots$

กำหนดพจน์เริ่มต้นจำนวนหนึ่งพร้อมกับสูตรการหาพจน์ถัดไปจากพจน์ก่อนหน้า เป็นการกำหนดโดยให้ความสัมพันธ์เวียนเกิด (recurrence relation)

เช่น $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n - 2$
 $a_2 = a_1 - 2 = 3 - 2 = 1$
 $a_3 = a_2 - 2 = 1 - 2 = -1$
 $a_4 = a_3 - 2 = -1 - 2 = -3$

ลำดับคือ 3, 1, -1, -3, ...

กำหนดโดยการบอกเงื่อนไขหรือสมบัติของพจน์ของลำดับ เมื่อไม่ทราบสูตรพจน์ทั่วไปของลำดับและไม่ทราบความสัมพันธ์เวียนเกิด เช่น 4, 1, 4, 2, 1, 3, 5, 6, 2, ... คือ ลำดับ a_k เมื่อ a_k คือทศนิยมตำแหน่งที่ k ของ $\sqrt{2}$ ซึ่งมีค่าประมาณ 1.414213562...

ตัวอย่างที่ 1จงหาสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = 4n + 5$

วิธีทำ

$$a_1 = 4(1) + 5 = 9$$

$$a_2 = 4(2) + 5 = 13$$

$$a_3 = 4(3) + 5 = 17$$

$$a_4 = 4(4) + 5 = 21$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับนี้คือ 9, 13, 17, 21

ตัวอย่างที่ 2จงหาสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = \frac{(-1)^n}{n+2}$

วิธีทำ

$$a_1 = \frac{(-1)^1}{1+2} = -\frac{1}{3}$$

$$a_2 = \frac{(-1)^2}{2+2} = \frac{1}{4}$$

$$a_3 = \frac{(-1)^3}{3+2} = -\frac{1}{5}$$

$$a_4 = \frac{(-1)^4}{4+2} = \frac{1}{6}$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับนี้คือ $-\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ **SUGGESTIONS**

การสลับกันของ
เครื่องหมาย +, - ใน
แต่ละพจน์เป็นผลจาก
การนำ $(-1)^n$

ตัวอย่างที่ 3จงหาสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = \frac{2^n - 1}{n}$ แล้วเขียนลำดับนี้โดยการแจกแจง

วิธีทำ

$$a_1 = \frac{2^1 - 1}{1} = 1$$

$$a_2 = \frac{2^2 - 1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$a_3 = \frac{2^3 - 1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$a_4 = \frac{2^4 - 1}{4} = \frac{15}{4}$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับนี้คือ $1, \frac{3}{2}, \frac{7}{3}, \frac{15}{4}, \dots, \frac{2^n - 1}{n}, \dots$

หมายเหตุ ในกรณีที่เป็ลำดับอนันต์การเขียนลำดับแจกแจง มีข้อตกลงในการเขียนให้เขียนอย่างน้อย 3-4 พจน์ แล้วใช้สัญลักษณ์ “...” แล้วตามด้วยพจน์ทั่วไปของลำดับและจบลงด้วย “...”

ตัวอย่างที่ 4

กำหนดลำดับ ซึ่ง $a_1=2$ และ $a_n = a_{n-1} + 3$ เมื่อ $n \geq 2$
จงหาหำพจน์แรกของลำดับนี้

วิธีทำ จาก $a_n = a_{n-1} + 3$ และ $b_1 = 1$
 จาก $a_2 = a_1 + 3 = 2 + 3 = 5$
 $a_3 = a_2 + 3 = 5 + 3 = 8$
 $a_4 = a_3 + 3 = 8 + 3 = 11$
 $a_5 = a_4 + 3 = 11 + 3 = 14$

ดังนั้นหำพจน์แรกของลำดับนี้คือ 2, 5, 8, 11, 14

Top up!

กำหนดพจน์เริ่มต้นจำนวน
หนึ่งพร้อมกับสูตรการหา
พจน์ถัดไปจากพจน์ก่อน
หน้า เป็นการกำหนดโดยให้
ความสัมพันธ์เวียนเกิด
(recurrence relation)

ตัวอย่างที่ 5

กำหนดลำดับ b ซึ่ง $b_1 = 1$ และ $b_n = nb_{n-1}$ เมื่อ $n \geq 2$
จงหาหพจน์แรกของลำดับนี้

วิธีทำ จาก $b_n = nb_{n-1}$ และ $b_1 = 1$
 จาก $b_2 = 2b_1 = 2(1) = 2$
 $b_3 = 3b_2 = 3(2) = 6$
 $b_4 = 4b_3 = 4(6) = 24$
 $b_5 = 5b_4 = 5(24) = 120$
 $b_6 = 6b_5 = 6(120) = 720$

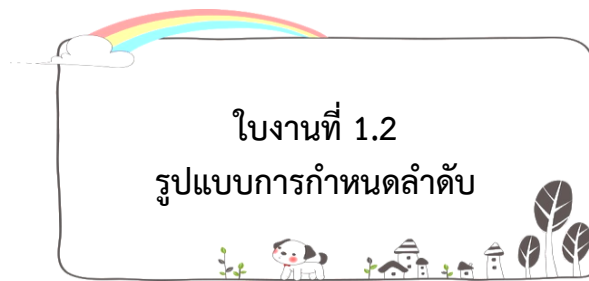
ดังนั้นหพพจน์แรกของลำดับนี้คือ 1, 2, 6, 24, 120, 720

ตัวอย่างที่ 6

กำหนดลำดับ a_n ซึ่ง $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ และ $a_n = 3a_{n-1} + a_{n-2}$ เมื่อ $n \geq 3$
จงหาหพพจน์แรกของลำดับนี้

วิธีทำ จาก $a_1 = 1$
 $a_2 = 2$
 $n=3$ $a_3 = 3a_{3-1} + a_{3-2} = 3a_2 + a_1 = 3(2) + 1 = 7$
 $n=4$ $a_4 = 3a_{4-1} + a_{4-2} = 3a_3 + a_2 = 3(7) + 2 = 23$
 $n=5$ $a_5 = 3a_{5-1} + a_{5-2} = 3a_4 + a_3 = 3(23) + 7 = 76$
 $n=6$ $a_6 = 3a_{6-1} + a_{6-2} = 3a_5 + a_4 = 3(76) + 23 = 251$

ดังนั้นหพพจน์แรกของลำดับนี้คือ 1, 2, 7, 23, 76, 251



ตอนที่ ๑

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนลำดับต่อไปนี้โดยการเติมคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. กำหนด $a_n = 2n - 1$ แล้ว $a_1 = 2(1) - 1 = 1$ $a_2 = 2(2) - 1 = \dots\dots\dots$ $a_3 = \dots\dots\dots$ $a_4 = \dots\dots\dots$ $a_5 = \dots\dots\dots$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ 	2. กำหนด $a_n = 3n + 2$ แล้ว $a_1 = 3(1) + 2 = 5$ $a_2 = \dots\dots\dots$ $a_3 = \dots\dots\dots$ $a_4 = \dots\dots\dots$ $a_5 = \dots\dots\dots$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ
3. กำหนด $a_n = 2n^2 - 2$ แล้ว $a_1 = 2(1)^2 - 2 = 0$ $a_2 = 2(2)^2 - 2 = \dots\dots\dots$ $a_3 = \dots\dots\dots$ $a_4 = \dots\dots\dots$ $a_5 = \dots\dots\dots$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ 	4. กำหนด $a_n = n^2 + 2n - 2$ แล้ว $a_1 = (1)^2 + 2(1) - 2 = 1$ $a_2 = \dots\dots\dots$ $a_3 = \dots\dots\dots$ $a_4 = \dots\dots\dots$ $a_5 = \dots\dots\dots$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ
5. กำหนด $a_n = (-1)^{n+1}$ แล้ว $a_1 = \dots\dots\dots$ $a_2 = \dots\dots\dots$ $a_3 = \dots\dots\dots$ $a_4 = \dots\dots\dots$ $a_5 = \dots\dots\dots$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ 	6. กำหนด $a_n = 2n + (-1)^n n$ แล้ว $a_1 = \dots\dots\dots$ $a_2 = \dots\dots\dots$ $a_3 = \dots\dots\dots$ $a_4 = \dots\dots\dots$ $a_5 = \dots\dots\dots$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ
7. กำหนด $a_n = n(n+1)$ แล้ว $a_1 = \dots\dots\dots$ $a_2 = \dots\dots\dots$ $a_3 = \dots\dots\dots$ $a_4 = \dots\dots\dots$ $a_5 = \dots\dots\dots$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ 	8. กำหนด $a_n = n^2 - n(n+1)$ แล้ว $a_1 = \dots\dots\dots$ $a_2 = \dots\dots\dots$ $a_3 = \dots\dots\dots$ $a_4 = \dots\dots\dots$ $a_5 = \dots\dots\dots$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ

ตอนที่ 2 เติมคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. ให้ a_n เป็นลำดับของจำนวนจริง โดยที่ กำหนด $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ และ $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ เมื่อ $n = 2, 3, 4, \dots$

วิธีทำ	จาก $n = 2$	จะได้	$a_{2+1} = a_2 + a_1$	นั่นคือ	$a_3 = \dots\dots\dots$
	$n = 3$	จะได้	$\dots\dots\dots$	นั่นคือ	$a_4 = \dots\dots\dots$
	$n = 4$	จะได้	$\dots\dots\dots$	นั่นคือ	$a_5 = \dots\dots\dots$
	$n = 5$	จะได้	$\dots\dots\dots$	นั่นคือ	$a_6 = \dots\dots\dots$

2. ให้ b_n เป็นลำดับของจำนวนจริง โดยที่ กำหนด $b_1 = 1$, $b_2 = -2$ และ $b_{n+1} = 2b_n - b_{n-1}$ เมื่อ $n = 2, 3, 4, \dots$

วิธีทำ	จาก $n = 2$	จะได้	$b_{2+1} = 2b_2 - b_1$	นั่นคือ	$b_3 = \dots\dots\dots$
	$n = 3$	จะได้	$\dots\dots\dots$	นั่นคือ	$b_4 = \dots\dots\dots$
	$n = 4$	จะได้	$\dots\dots\dots$	นั่นคือ	$b_5 = \dots\dots\dots$
	$n = 5$	จะได้	$\dots\dots\dots$	นั่นคือ	$b_6 = \dots\dots\dots$

3. ให้ c_n เป็นลำดับของจำนวนจริง โดยที่ กำหนด $c_1 = 11$, และ $c_n = 2c_{n-1} + 1$ เมื่อ $n = 2, 3, 4, \dots$

จงหา c_4

4. กำหนด $\{a_n\}$ เป็นลำดับโดยที่ $a_1 = 5$ และ $a_n = -\frac{1}{a_{n-1}}$ เมื่อ $n \geq 2$ จงหาค่าของ a_{300}

ใบความรู้ที่ 1.3

การหาพจน์ทั่วไป (General Term)

การหาพจน์ทั่วไปหรือพจน์ที่ n ของลำดับ เป็นการเขียนลำดับโดยแสดงพจน์ทั่วไป (a_n) ที่มี n เป็นตัวแปรและเมื่อแทน n ด้วยจำนวนเต็มบวก $1, 2, 3, \dots$ แล้วจะได้พจน์ต่างๆ ตรงกับพจน์ของลำดับที่กำหนดให้ การหาพจน์ทั่วไปของลำดับดังกล่าวแล้ว ทำได้โดยหาความสัมพันธ์ของพจน์ (a_n) กับตำแหน่งที่หรือลำดับที่ (n) ของพจน์นั้นๆ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 4, 8, 12, 16, 20

วิธีทำ

จากลำดับที่กำหนดให้ จะพบว่า

$$\text{จะได้ } a_1 = 4 = 4(1) \quad : n = 1$$

$$a_2 = 8 = 4(2) \quad : n = 2$$

$$a_3 = 12 = 4(3) \quad : n = 3$$

$$a_4 = 16 = 4(4) \quad : n = 4$$

$$a_5 = 20 = 4(5) \quad : n = 5$$

$$a_n = 4n$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $4n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$



ข้อสังเกตครับ

แต่ละพจน์มีอะไรที่
คล้ายๆ กันเห็นไหม

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 5, 7, 9, 11

วิธีทำ จากลำดับจำกัด 3, 5, 7, 9, 11

$$\text{จะได้ } a_1 = 3 = 2(1) + 1 \quad : n = 1$$

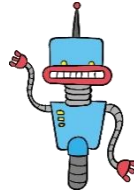
$$a_2 = 5 = 2(2) + 1 \quad : n = 2$$

$$a_3 = 7 = 2(3) + 1 \quad : n = 3$$

$$a_4 = 9 = 2(4) + 1 \quad : n = 4$$

$$a_5 = 11 = 2(5) + 1 \quad : n = 5$$

$$a_n = 2n + 1$$



ข้อสังเกตครับ

เราต้องระบุให้ชัดเจนกับ
โดเมนของลำดับว่าเริ่มจาก 1 ไป
จนถึงจำนวนนับตัวใด

ถ้าไม่กำหนดจะถือว่าเป็นเซต
ของจำนวนนับทั้งหมด

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $2n + 1$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 4, 9, 16, 25, 36

วิธีทำ จากลำดับจำกัด 1, 4, 9, 16, 25, 36

$$\text{จะได้ } a_1 = 1 = 1^2 \quad : n = 1$$

$$a_2 = 4 = 2^2 \quad : n = 2$$

$$a_3 = 9 = 3^2 \quad : n = 3$$

$$a_4 = 16 = 4^2 \quad : n = 4$$

$$a_5 = 25 = 5^2 \quad : n = 5$$

$$a_6 = 36 = 6^2 \quad : n = 6$$

$$a_n = n^2$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ n^2 เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$



ตัวอย่างที่ 4 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $1 \cdot 3, 3 \cdot 5, 5 \cdot 7, 7 \cdot 9, 9 \cdot 11, \dots$

วิธีทำ จากลำดับจำกัดที่กำหนดให้ $1 \cdot 3, 3 \cdot 5, 5 \cdot 7, 7 \cdot 9, 9 \cdot 11, \dots$

$$2=2(1)$$

$$\text{จะได้ } a_1 = 1 \cdot 3 = [2(1) - 1][2(1) + 1] \quad : n = 1$$

$$4=2(2)$$

$$a_2 = 3 \cdot 5 = [2(2) - 1][2(2) + 1] \quad : n = 2$$

$$6=2(3)$$

$$a_3 = 5 \cdot 7 = [2(3) - 1][2(3) + 1] \quad : n = 3$$

$$8=2(4)$$

$$a_4 = 7 \cdot 9 = [2(4) - 1][2(4) + 1] \quad : n = 4$$

$$2=2(1)$$

$$a_5 = 9 \cdot 11 = [2(5) - 1][2(5) + 1] \quad : n = 5$$

$$a_n = (2n - 1)(2n + 1)$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $(2n - 1)(2n + 1)$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$



ตัวอย่างที่ 5

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}$

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดให้ $-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}$

$$\text{จะได้ } a_1 = -\frac{1}{2} = (-1)^1 \frac{1}{1+1} \quad : n=1$$

$$a_2 = \frac{1}{3} = (-1)^2 \frac{1}{2+1} \quad : n=2$$

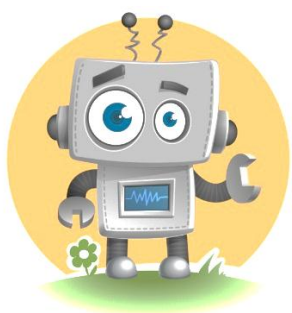
$$a_3 = -\frac{1}{4} = (-1)^3 \frac{1}{3+1} \quad : n=3$$

$$a_4 = \frac{1}{5} = (-1)^4 \frac{1}{4+1} \quad : n=4$$

$$a_5 = -\frac{1}{6} = (-1)^5 \frac{1}{5+1} \quad : n=5$$

$$a_n = (-1)^n \frac{1}{n+1}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $(-1)^n \frac{1}{n+1}$ เมื่อ $n=1,2,3,4,5$



การหาพจน์ทั่วไปหรือ พจน์ที่ n (a_n)

หาโดยการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง

a_n กับ n แล้วจึงสรุปเป็นกฎเกณฑ์

ใบงานที่ 1.3
การหาพจน์ทั่วไป

คำชี้แจง จงเติมตารางต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	...	a_{10}	a_{100}	a_n
1	2	3	4				...			
8	9	10	11				...			
2	4	6	8				...			
14	16	18	20				...			
2	4	8	16				...			
1	3	9	27				...			
7	17	27	37				...			
100	90	80	70				...			
9	99	999	9999				...			
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{11}$				...			
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{16}$				...			
$-\frac{9}{10}$	$\frac{10}{11}$	$-\frac{11}{12}$	$\frac{12}{13}$				...			
2	6	18	54				...			
1	9	25	49				...			
5	5	5	5				...			

นำค่าที่กำหนดให้เติมเพื่อแสดงขั้นตอนการหาพจน์ทั่วไป “พจน์ทั่วไป, เขียนความสัมพันธ์, ลำดับ”



คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก
ข้อคำถามมีทั้งหมด 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน
2. เวลาในการทำแบบทดสอบ จำนวน 15 นาที
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (×) ในช่องคำตอบ
ที่เห็นว่าคำตอบถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวในกระดาษคำตอบ

แบบทดสอบ

หลังเรียน

1. ข้อใดต่อไปนี้อาจถูกต้อง
ก. ลำดับเป็นความสัมพันธ์ที่ยังไม่สามารถสรุปกฎเกณฑ์การเขียนพจน์ต่อไปได้แน่นอน
ข. ลำดับเป็นความสัมพันธ์จากจำนวนจริงไปยังจำนวนจริงบวก
ค. ลำดับเป็นฟังก์ชันจากจำนวนนับไปยังจำนวนจริง
ง. ลำดับเป็นการเรียงตัวเลขจากน้อยไปหามาก
2. ลำดับในข้อใดเป็นลำดับอนันต์
ก. 1, 3, 5, 7, 9
ข. 1, 4, 9, 16, ... ,100
ค. 22, 20, 18, 16, ...
ง. -1, 1, -1, 1, -1, ... ,1
3. สองพจน์ถัดไปของลำดับ 1, 3, 7, 13, 21,...ตรงกับข้อใด
ก. 31, 43
ข. 30, 42
ค. 30, 43
ง. 31, 42
4. จงหาว่า 8 เป็นพจน์ที่ 11 ของลำดับในข้อใด
ก. -2, -1, 0, 1, 2, ...
ข. 1, 2, 4, 7, ...
ค. 2, 3, 4, 3, 6, 3, ...
ง. 22, 20, 18, 16, ...
5. ลำดับ $a_n = 2n - 3$ เขียนในรูปแฉงพจน์ได้ตรงกับข้อใด
ก. 1, 3, 6, 9,...
ข. -1, 1, 3, 5, ...
ค. 0, 3, 5, 7, ...
ง. -1, 2, 5, 8, ...

6. ถ้า $a_n = \frac{2 - (-1)^n n}{2n + 3}$ แล้วข้อใดถูกต้อง

ก. $a_5 = \frac{7}{13}$

ข. $a_4 = \frac{2}{11}$

ค. $a_2 = \frac{4}{7}$

ง. $a_1 = \frac{1}{5}$

7. ลำดับ 2, 6, 10, 14, ... เขียนในรูปพจน์ทั่วไปได้ตรงกับข้อใด

ก. $a_n = 4n - 3$

ข. $a_n = 4n - 2$

ค. $a_n = 4n + 3$

ง. $a_n = 4n + 2$

8. ลำดับในข้อใดมีบางพจน์เท่ากับ 29

ก. $a_n = 50 - 7n$

ข. $a_n = n^2 + 5$

ค. $a_n = 150 - 12n$

ง. $a_n = 2n^2 + 12$

9. พจน์สุดท้ายที่มีค่าน้อยกว่า 100 ของ ลำดับ $a_n = 5n + 7$ คือพจน์ที่เท่าใด

ก. พจน์ที่ 20

ข. พจน์ที่ 19

ค. พจน์ที่ 18

ง. พจน์ที่ 12

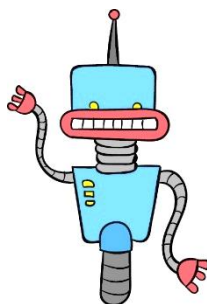
10. ใน 40 พจน์แรกของลำดับ $a_n = 3 + (-1)^n$ มีกี่พจน์ที่มีค่าเท่ากับพจน์ที่ 40

ก. 40 พจน์

ข. 20 พจน์

ค. 15 พจน์

ง. 5 พจน์



ทำถูกกันก็ชื่อนะ 😊

ไปดูกันคะแนนลิ เป็นไงกันบ้างครับ

กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน
ชุดที่ 1 เรื่องความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (×) ในช่องคำตอบที่เห็นว่าคำตอบถูกต้องที่สุด เพียงข้อเดียวใน

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนน	ก่อนเรียน
เต็ม	10
ได้	

ผู้ตรวจ	
	วันที่.....เดือน.....พ.ศ.

กรिया เนาวประทีป.(2547). **เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ลำดับและอนุกรม**. กรุงเทพฯ: พิสิษฐ์เซ็นเตอร์

โครงการพัฒนาครูวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ คอมพิวเตอร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. **คู่มืออบรมครู
วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ คอมพิวเตอร์ โลก ดาราศาสตร์ อวกาศ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
คณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: องค์การค้ำคुरुสภา.

จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. **ติวเข้มตะลุยโจทย์คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.6 ภาคเรียนที่ 1-2**.
กรุงเทพฯ: พัฒนาศึกษา.

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. **คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2**.
กรุงเทพฯ: แม็ค.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2559). **คู่มือวัดผลประเมินผล
คณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: องค์การค้ำคुरुสภา.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2559). **คู่มือครูรายวิชา
เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6**. กรุงเทพฯ: องค์การค้ำคुरुสภา.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2559). **หนังสือเรียนรายวิชา
เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6**. กรุงเทพฯ: องค์การค้ำคुरुสภา.

สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพร เหล่าวานิชย์. (2555). **คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 6**.
กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิง.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551) **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ:
องค์การค้ำคुरुสภา.

ภาคผนวก

เฉลยใบกิจกรรม

“ปรับเกินไปไหม”



การก่อสร้างโรงงานแห่งหนึ่งผู้รับเหมาตกลงไว้ว่าจะสร้างเสร็จในเวลา 100 วัน
หลังจากครบสัญญาจะต้องจ่ายค่าปรับ 1,000 บาทในวันแรก จ่ายค่าปรับ 1,500 บาทในวันที่
2 จ่ายค่าปรับ 2,000 บาทในวันที่ 3 เช่นนี้ไปเรื่อยๆจนกว่าจะแล้วเสร็จ ถ้าโรงงานนี้สร้าง
เสร็จเกินกำหนดไป 10 วัน เจ้าของโรงงานเรียกเก็บค่าปรับไป 10,000 บาท นักเรียนคิดว่า
เจ้าของโรงงานคิดค่าปรับถูกต้องหรือไม่

นักเรียนคิดว่าสถานการณ์ดังกล่าว เจ้าของโรงงานปรับ ✓ หรือ ✗

(นักเรียนคาดเดาคำตอบที่เกิดขึ้นจากสถานการณ์ดังกล่าว ซึ่งจะต้องอธิบายแนวคิดหรือเหตุผล
ประกอบการคาดเดา ซึ่งนักเรียนจะสามารถแสดงได้จากตารางที่กำหนดให้)

วันที่	1	2	3	4	5	6
ค่าปรับ	1,000	1,500	2,000	2,500	3,000	4,500
วันที่	7	8	9	10	11	12
ค่าปรับ	5,000	5,500	6,000	6,500	7,000	7,500

วิธีคิด

เนื่องจากผู้รับเหมาทำงานเสร็จช้ากว่ากำหนด 10 วัน จึงต้องชำระค่าปรับคิดเป็นมูลค่า
 $= 1,000 + 1,500 + 2,000 + 2,500 + 3,000 + 3,500 + 4,000 + 4,500 + 5,000 + 5,500 + 6,000 + 6,500$
 $= 37,500$ บาท

เจ้าของโรงงานต้องปรับผู้รับเหมาเป็นเงิน.....37,500.....บาท

เฉลยใบงานที่ 1.1 ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์



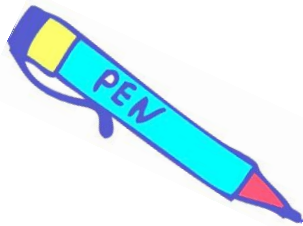
คำชี้แจง ให้นักเรียนแยกชนิดของลำดับต่อไปนี้ว่าเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ (ข้อละ 2 คะแนน)

ข้อที่	ลำดับที่กำหนดให้	โดเมน	คำตอบ
1	4,7,10,13,16,...	$\{1,2,3,4,5,\dots\}$	ลำดับอนันต์
2	2,5,8,11,14	$\{1,2,3,4,5\}$	ลำดับจำกัด
3	1,4,9,16,25,...,900	$\{1,2,3,4,\dots,30\}$	ลำดับจำกัด
4	6,10,14,18,22,...,402,...	$\{1,2,3,4,5,\dots\}$	ลำดับอนันต์
5	$\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \dots$	$\{1,2,3,4,5,\dots\}$	ลำดับอนันต์
6	$a_n = 8n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$	$\{1, 2, 3, 4\}$	ลำดับจำกัด
7	$a_n = 3n + 7$ เมื่อ $n \in I^+$	$\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$	ลำดับอนันต์
8	$a_n = 2n^2 - 1$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, \dots, 100$	$\{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$	ลำดับจำกัด
9	$a_n = n^3$ เมื่อ $n \in I^+$ และมีค่าไม่เกิน 25	$\{1, 2, 3, 4, \dots, 25\}$	ลำดับจำกัด
10	$a_n = 2n - 10$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots$	$\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$	ลำดับอนันต์

เฉลยใบกิจกรรม

“PKS Member”

การซื้อปากกาของนักเรียนคนหนึ่งจากร้านค้าสหกรณ์โรงเรียน โดยสหกรณ์กำหนดราคาไว้แท่งละ 10 บาท แต่หากเป็นสมาชิกของสหกรณ์จะลดให้ 20% ของราคาที่ดีได้

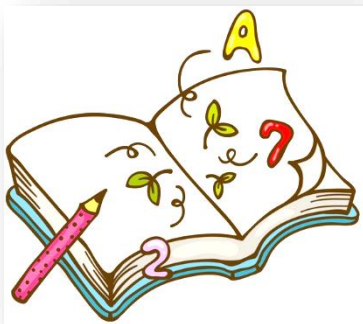


ราคาปากกาแบบไม่เป็นสมาชิก แท่งละ ...10... บาท

ราคาปากกาแบบเป็นสมาชิกลด 20% เหลือแท่งละ8.... บาท

ซึ่งเติมข้อมูลได้ดังตารางต่อไปนี้

จำนวนปากกาที่ซื้อ		1	2	3	4	5	...	10	50	n
เงินที่จ่าย	แบบไม่เป็นสมาชิก	10	20	30	40	50	...	100	500	10n
	แบบเป็นสมาชิก	8	16	24	32	40	...	80	400	8n



เฉลยใบงานที่ 1.2

รูปแบบการกำหนดลำดับ

Solution



ตอนที่ ❶ คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนลำดับต่อไปนี้โดยการเติมคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. กำหนด $a_n = 2n - 1$ แล้ว $a_1 = 2(1) - 1 = 1$ $a_2 = 2(2) - 1 = 3$ $a_3 = 2(3) - 1 = 5$ $a_4 = 2(4) - 1 = 7$ $a_5 = 2(5) - 1 = 9$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ 1, 3, 5, 7, 9	2. กำหนด $a_n = 3n + 2$ แล้ว $a_1 = 3(1) + 2 = 5$ $a_2 = 3(2) + 2 = 8$ $a_3 = 3(3) + 2 = 11$ $a_4 = 3(4) + 2 = 14$ $a_5 = 3(5) + 2 = 17$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ 5, 8, 11, 14, 17
3. กำหนด $a_n = 2n^2 - 2$ แล้ว $a_1 = 2(1)^2 - 2 = 0$ $a_2 = 2(2)^2 - 2 = 6$ $a_3 = 2(3)^2 - 2 = 16$ $a_4 = 2(4)^2 - 2 = 30$ $a_5 = 2(5)^2 - 2 = 48$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ 0, 6, 16, 30, 48	4. กำหนด $a_n = n^2 + 2n - 2$ แล้ว $a_1 = (1)^2 + 2(1) - 2 = 1$ $a_2 = (2)^2 + 2(2) - 2 = 6$ $a_3 = (3)^2 + 2(3) - 2 = 13$ $a_4 = (4)^2 + 2(4) - 2 = 22$ $a_5 = (5)^2 + 2(5) - 2 = 33$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ 1, 6, 13, 22, 33
5. กำหนด $a_n = (-1)^{n+1}$ แล้ว $a_1 = (-1)^{1+1} = 1$ $a_2 = (-1)^{2+1} = -1$ $a_3 = (-1)^{3+1} = 1$ $a_4 = (-1)^{4+1} = -1$ $a_5 = (-1)^{5+1} = 1$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ 1, -1, 1, -1, 1	6. กำหนด $a_n = 2n + (-1)^n n$ แล้ว $a_1 = 2(1) + (-1)^1 1 = 1$ $a_2 = 2(2) + (-1)^2 2 = 6$ $a_3 = 2(3) + (-1)^3 3 = 3$ $a_4 = 2(4) + (-1)^4 4 = 12$ $a_5 = 2(5) + (-1)^5 5 = 5$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ 1, 6, 3, 12, 5
7. กำหนด $a_n = n(n+1)$ แล้ว $a_1 = 1(1+1) = 2$ $a_2 = 2(2+1) = 6$ $a_3 = 3(3+1) = 12$ $a_4 = 4(4+1) = 20$ $a_5 = 5(5+1) = 30$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ 2, 6, 12, 20, 30	8. กำหนด $a_n = n^2 - n(n+1)$ ***จัดรูปใหม่ได้ $a_n = -n$ แล้ว $a_1 = -1$ $a_2 = -2$ $a_3 = -3$ $a_4 = -4$ $a_5 = -5$ เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์จะได้ลำดับคือ -1, -2, -3, -4, -5

ตอนที่ 2 เติมช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

② ให้ a_n เป็นลำดับของจำนวนจริง โดยที่ กำหนด $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ และ $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ เมื่อ $n = 2, 3, 4, \dots$

วิธีทำ จาก $n = 2$ จะได้ $a_{2+1} = a_2 + a_1$ นั่นคือ $a_3 = 3+1 = 4$
 $n = 3$ จะได้ $a_{3+1} = a_3 + a_2$ นั่นคือ $a_4 = 4+3 = 7$
 $n = 4$ จะได้ $a_{4+1} = a_4 + a_3$ นั่นคือ $a_5 = 7+4 = 11$
 $n = 5$ จะได้ $a_{5+1} = a_5 + a_4$ นั่นคือ $a_6 = 11+7 = 18$

③ ให้ b_n เป็นลำดับของจำนวนจริง โดยที่ กำหนด $b_1 = 1$, $b_2 = -2$ และ $b_{n+1} = 2b_n - b_{n-1}$ เมื่อ $n = 2, 3, 4, \dots$

วิธีทำ จาก $n = 2$ จะได้ $b_{2+1} = 2b_2 - b_1$ นั่นคือ $b_3 = 2(-2) - 1 = -5$
 $n = 3$ จะได้ $b_{3+1} = 2b_3 - b_2$ นั่นคือ $b_4 = 2(-5) - (-2) = -6$
 $n = 4$ จะได้ $b_{4+1} = 2b_4 - b_3$ นั่นคือ $b_5 = 2(-6) - (-5) = -7$
 $n = 5$ จะได้ $b_{5+1} = 2b_5 - b_4$ นั่นคือ $b_6 = 2(-7) - (-6) = -8$

④ ให้ c_n เป็นลำดับของจำนวนจริง โดยที่ กำหนด $c_1 = 11$, และ $c_n = 2c_{n-1} + 1$ เมื่อ $n = 2, 3, 4, \dots$

จงหา c_4

วิธีทำ จาก $n = 2$ จะได้ $c_2 = 2c_1 + 1$ นั่นคือ $c_2 = 2(11) + 1 = 21$
 $n = 3$ จะได้ $c_3 = 2c_2 + 1$ นั่นคือ $c_3 = 2(21) + 1 = 43$
 $n = 4$ จะได้ $c_4 = 2c_3 + 1$ นั่นคือ $c_4 = 2(43) + 1 = 87$
 $n = 5$ จะได้ $c_5 = 2c_4 + 1$ นั่นคือ $c_5 = 2(87) + 1 = 175$

⑤ กำหนด $\{a_n\}$ เป็นลำดับโดยที่ $a_1 = 5$ และ $a_n = -\frac{1}{a_{n-1}}$ เมื่อ $n \geq 2$ จงหาค่าของ a_{300}

วิธีทำ จาก $n = 2$ จะได้ $a_2 = -\frac{1}{a_1}$ นั่นคือ $a_2 = -\frac{1}{5}$
 $n = 3$ จะได้ $a_3 = -\frac{1}{a_2}$ นั่นคือ $a_3 = -\frac{1}{(-\frac{1}{5})} = 5$
 $n = 4$ จะได้ $a_4 = -\frac{1}{a_3}$ นั่นคือ $a_4 = -\frac{1}{5}$
 $n = 5$ จะได้ $a_5 = -\frac{1}{a_4}$ นั่นคือ $a_5 = -\frac{1}{(-\frac{1}{5})} = 5$

เฉลยใบงานที่ 1.3 การหาพจน์ทั่วไป



คำชี้แจง จงเติมตารางต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	...	a_{10}	a_{100}	a_n
1	2	3	4	5	6	7	...	10	100	n
8	9	10	11	12	13	14	...	$10+7=17$	$100+7=107$	$n+7$
2	4	6	8	10	12	14	...	$2(10)=20$	$2(100)=200$	$2n$
14	16	18	20	22	24	26	...	$2(10)+12=32$	$2(100)+12=212$	$2n+12$
2	4	8	16	$32=2^5$	$64=2^6$	$128=2^7$	...	2^{10}	2^{100}	2^n
1	3	9	27	$81=3^4$	$243=3^5$	$729=3^6$	...	3^9	3^{99}	3^{n-1}
7	17	27	37	47	57	67	...	$10(10)-3=97$	$10(100)-3=997$	$10n-3$
100	90	80	70	60	50	40	...	$110-10(10)=10$	$110-10(100)=-890$	$110-10n$
9	99	999	9999	99999	999999	9999999	...	$10^{10}-1$	$10^{100}-1$	10^n-1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{20}$	...	$\frac{1}{2+3(10)}$	$\frac{1}{2+3(100)}$	$\frac{1}{2+3n}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{9}{32}$	$\frac{11}{64}$	$\frac{13}{128}$	...	$\frac{2(10)-1}{2^{10}}$	$\frac{2(100)-1}{2^{100}}$	$\frac{2n-1}{2^n}$
$-\frac{9}{10}$	$\frac{10}{11}$	$-\frac{11}{12}$	$\frac{12}{13}$	$-\frac{13}{14}$	$\frac{14}{15}$	$-\frac{15}{16}$	...	$(-1)^{10} \frac{10+8}{10+9}$	$(-1)^{100} \frac{100+8}{100+9}$	$(-1)^n \frac{n+8}{n+9}$
30	40	50	60	70	80	90	...	$10(9)+30=120$	$10(99)+30=1020$	$10n+20$
2	6	18	54	162	486	1458	...	$2 \cdot 3^9$	$2 \cdot 3^{99}$	$2 \cdot 3^{n-1}$
1	9	25	49	81	121	169	...	19^2	199^2	$(2n-1)^2$
5	5	5	5	5	5	5	...	5	5	5

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

ชุดที่ 1 เรื่องความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	ข	6	ก
2	ง	7	ง
3	ข	8	ข
4	ค	9	ข
5	ค	10	ค

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

ชุดที่ 1 เรื่องความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	ค	6	ง
2	ค	7	ข
3	ก	8	ก
4	ก	9	ค
5	ข	10	ข



ดาวน์โหลดเอกสาร

